

Je cherche C5 – CM2

Je résous des problèmes de proportionnalité

Source : ERMEL CM1, « Apprentissages numériques et résolution de problème. », Hatier

Bandes colorées

On veut réaliser des bandes en juxtaposant soit des petites bandes bleues d'une certaine longueur, soit des petites bandes rouges d'une longueur différente. La longueur des petites bandes n'est pas donnée, mais les élèves savent qu'en mettant bout à bout 10 bandes bleues, on fabrique une bande de même longueur qu'avec 4 bandes rouges.

Connaissant le nombre de bandes bleues utilisées pour réaliser une certaine longueur, on cherche combien de bandes rouges sont nécessaires pour réaliser la même longueur.

Remarque : Dès le départ, la référence à des longueurs en cm doit être écartée.

Matériel collectif :

- Pas d'instruments de mesure.
- Deux bandes vertes de longueur 30cm.
- Une vingtaine de petites bandes rouges de 7,5cm et 5 bandes vertes de 30cm recouvertes, chacune, par 4 bandes rouges de 7,5cm.
- Une quarantaine de petites bandes bleues de 3 cm et 5 bandes blanches recouvertes, chacune, par 10 bandes bleues de 3cm.

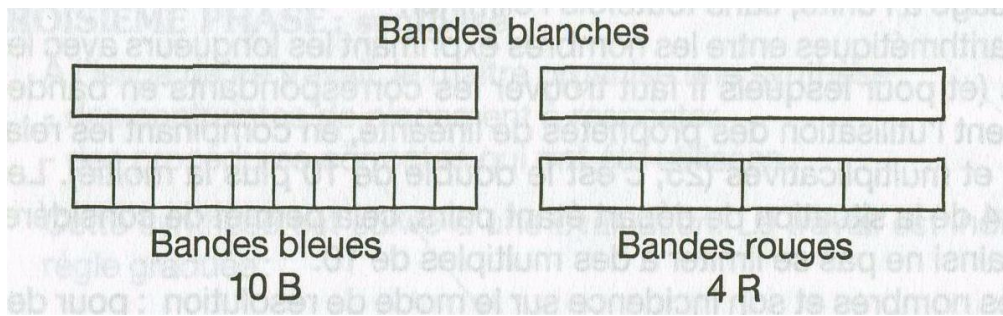
Les bandes vertes de 30 cm recouvertes de bandes de couleur sont prévues dans le seul but d'alléger le dispositif expérimental : lorsqu'on veut réaliser au tableau la juxtaposition de 40 bandes bleues, il est plus rapide d'utiliser les assemblages de 10 bandes déjà prévus. Notons aussi que l'assemblage de 10 bandes correspond aux données de la situation (« 10 bandes bleues, c'est la même longueur que 4 rouges »).

Phase 1 : découverte et présentation collective, 5'

Le maître affiche une bande verte au tableau et demande à un élève de réaliser une même longueur avec des bandes bleues. En plaçant les bandes bleues sous la bande verte, on constate qu'il faut 10 bleues. Une deuxième bande verte est affichée au tableau, à côté de la précédente (voir schéma page suivante), après avoir constaté qu'elle a même longueur que la première.

Le maître demande à un élève de réaliser une même longueur avec des bandes rouges. En plaçant les bandes rouges sous la bande verte, on constate qu'il faut 4 rouges.

Si les bandes rouges étaient placées sous les bandes bleues, cela favoriserait la recherche par passage à l'unité : une rouge, combien cela fait de bleues ? (Certains élèves pourraient voir qu'une rouge correspond à deux bleues et la moitié d'une) alors que l'objectif est de privilégier l'utilisation de la linéarité.



L'enseignant écrit 10 B et 4 R sous les bandes correspondantes et fait verbaliser:
 « 10 bleues, c'est la même longueur que 4 rouges. » Cette phrase est écrite sur un tableau annexe, pour mémoire.

Phase 2 : Recherche individuelle, 7'

Le maître annonce: « J'ai réalisé une grande bande avec 25 bleues ».

Il la montre, puis la cache et écrit au tableau : 25 bleues.

Consigne : « À vous de trouver combien je dois prendre de bandes rouges pour faire une bande de même longueur. »

L'élève dispose d'une demi-feuille A4 blanche pour écrire le résultat et éventuellement pour chercher.

Le maître recense toutes les réponses sans discuter, sans faire apparaître le nombre d'élèves ayant produit chaque réponse.

Phase 3 : Travail par groupes de deux, 2'

Les élèves sont maintenant par groupes de deux. Ils doivent choisir parmi les réponses celle qui leur paraît la bonne et préciser comment on trouve ce résultat, s'ils sont sûrs de leur réponse et pourquoi.

Phase 4 : Mise en commun, 5'

Le maître choisit une feuille correspondant à une réponse erronée, avec de explications suffisamment claires: par exemple 19, obtenu en faisant 4+1 (15: écart entre 10 et 25), c'est-à-dire en utilisant le modèle additif.

Le maître centre l'attention sur la procédure:

« *Est-ce que vous pensez que ce qui est proposé est juste? Pourquoi ?* » Les contre-arguments font apparaître que, dans cette situation, on ne peut pas ajouter la même chose des deux côtés, en faisant référence au matériel par exemple : « *Les rouges, c'est pas la même longueur que les bleues, 15 rouges, c'est pas pareil que 15 bleues; c'est pas la même longueur.* »

Lorsque 19 est obtenu en faisant 25-6, il est plus difficile de produire de contre-arguments.

Même démarche avec les autres réponses, en terminant par la bonne réponse.

L'ensemble des réponses ayant été considéré, le contrôle se fait alors expérimentalement avec les bandes de couleur. L'action avec les objets peut être mise en relation avec des procédures correctes décrites précédemment et cette validation amène à des écritures du type:

$$25 = 10 + 10 + 5$$

$$4+4+2 = 10$$

ou $25 = (2 \times 10) + 5$

$(2 \times 4) + 2 = 10$
ou 10 bleues 4 rouges
 20 bleues 8 rouges
 5 bleues 2 rouges
 25 bleues 10 rouges

Au tableau, en dessous de:

« 10 bleues, c'est la même longueur que 4 rouges »

on écrit : « 5 bleues, c'est la même longueur que 2 rouges » « 25 bleues, c'est la même longueur que 10 rouges ».

Phase 5 : mise en pratique :

Avec 15, un nombre simple 5'

Le maître pose la même question que dans la deuxième étape de la phase précédente, mais avec 15 bleues.

La recherche est cette fois exclusivement individuelle.

Les correspondances déjà mises en évidence et répertoriées au tableau permettent de trouver rapidement le résultat: 15 c'est 10+5 mais aussi 5x3.

Pour la mise en commun, le maître procède de la même façon que dans la première phase.

Si certains élèves ont donné comme réponse 9 (utilisation du modèle additif), on mettra en évidence qu'ajouter le même nombre de rouges et le même nombre de bleues ne permet pas d'obtenir les mêmes longueurs.

On écrit sur le tableau annexe: « 15 bleues, c'est la même longueur que 6 rouges ».

Le problème est repris avec 40 bleues, 100 bleues, 150 bleues, 50 bleues

On choisit 40 qui peut être obtenu de diverses façons à partir des données précédentes : c'est 4x10 mais aussi 8x5 ou encore 25 + 15. Le scénario est le même qu'à l'étape précédente.

La bonne réponse est consignée dans le tableau précédent : « 40 bleues, c'est la même longueur que 16 rouges ».

Phase 6 : Institutionnalisation