

JE CHERCHE – CL1 – CM2

Je multiplie un nombre entier par un multiple de 10

Source : « *Calculateurs prodiges* », F. Tempier dans « *numération décimale* »

Cette activité de calcul mental vise à renforcer les connaissances construites dans les séances précédentes en mobilisant les relations entre unités et entre classes. Ici c'est principalement le nom des nombres qui est utilisé, et pas leur écriture chiffrée, afin d'amener les élèves à raisonner avec les mots « mille » et « million ». Pour calculer « dix fois deux-cent-mille » par exemple nous souhaitons amener les élèves à utiliser le fait que la centaine de mille devient un million lorsqu'elle est multipliée par dix. Le même calcul à l'écrit (« $10 \times 200\,000 = \dots$ ») les amènerait à écrire un zéro supplémentaire sans se questionner sur la relation entre la centaine de millier et le million. Pour être plus rapide que la calculatrice c'est donc les relations entre unités qu'il faudra utiliser. Les élèves vont donc apprendre pourquoi on écrit un zéro (ou trois zéros) quand on multiplie par dix (ou par mille).

Cette activité s'inspire d'une activité de calcul mental « Plus vite que la calculatrice » (Marcel Labarrère, « outils » de l'I.C.E.M.) adaptée ici au travail sur les grands nombres.

Matériel :

- une ardoise
- une calculatrice pour la classe
- Le tableau de numération au dos du tableau ou sur une affiche que l'on peut retourner (afin qu'il soit caché pendant la recherche mais montré lors de la conclusion de chaque calcul).
- « glisse-nombre »

Situation 1 : multiplications par 10

Phase 1 : présentation de l'activité 5'

- Commencer par demander aux élèves s'ils savent ce qu'est un calculateur prodige. Une rapide discussion amène à le définir ainsi : « Un calculateur prodige est une personne capable d'effectuer mentalement des opérations mathématiques impliquant des nombres très grands ou encore des calculs mentaux très rapides » (wikipedia).

NB : pour amorcer la discussion, il est possible de montrer cette courte vidéo d'un calculateur prodige qui trouve mentalement plus de 30 chiffres après la virgule de la division de 62 par 167: <https://www.youtube.com/watch?v=nwi3ya566KQ> (1 min).

- Annoncer aux élèves alors qu'aujourd'hui ils vont essayer d'être des calculateurs prodiges : il va falloir être plus rapide que la calculatrice !
 - Montrer une calculatrice et rappeler son fonctionnement avec les élèves (écrire un nombre, faire une multiplication ou une division, obtenir le résultat, remettre à 0, ...).
 - NB : certaines calculatrices n'affichent que 8 chiffres. On se limitera alors aux calculs dont le résultat est inférieur à 100 millions.
- Présenter le déroulement de l'activité. Il est identique pour chacun des calculs proposés. Voir description phase 2.

Phase 2 : séries de calculs, 10'

Un élève (le « calculateur ») vient devant le tableau pour utiliser la calculatrice. Les autres utilisent leur tête ! Et leur ardoise (ou une fiche pour écrire les résultats).

1. Le calcul est annoncé.

Ecrire le calcul (en lettres) au tableau en le lisant une ou deux fois.

2. Recherche.

Les élèves calculent mentalement le résultat (ils ne peuvent pas écrire). Le calculateur effectue le calcul à la calculatrice. Dès qu'un élève a trouvé il lève la main sans annoncer le résultat. Quand le calculateur a obtenu le résultat sur la calculatrice il dit « top ! ».

Laisser un temps supplémentaire aux élèves qui n'auraient pas terminé avant le « top » (pour eux l'enjeu est de trouver quand même la réponse).

3. Ecriture du résultat.

Au signal de l'enseignant les élèves écrivent le résultat sur leur ardoise. Le calculateur aussi.

4. Présentation et discussion rapide des résultats.

Les élèves lèvent leur ardoise (le calculateur ne montre pas encore le résultat). Recueillir différentes réponses proposées (deux ou trois, dont une réponse juste) en montrant les ardoises aux élèves. Les élèves expliquent leur procédure et la classe valide ou non leurs réponses.

5. Vérification.

Le calculateur montre son ardoise.

6. Bilan rapide sur les méthodes utilisées. Demander quelles sont les procédures qui ont permis de trouver la bonne réponse. Discuter de la rapidité des procédures (« comment fait-on pour être plus rapide que la calculatrice ? »). Rappeler la relation entre unités en jeu dans le calcul effectué. Par exemple : « dix centaines de mille ça fait un million ». Il peut s'appuyer sur le tableau de numération pour illustrer le décalage d'un rang vers la gauche dans la multiplication par dix.

Les calculs.

- . 1) Dix fois cinquante-mille ($10 \times 50\,000$)
- . 2) Dix fois deux-millions ($10 \times 2\,000\,000$)
- . 3) Dix fois trois-cent-mille ($10 \times 300\,000$)
- . 4) Huit-cent-mille fois dix ($800\,000 \times 10$)
- . 5) Dix fois un-million-cinq-cent-mille ($10 \times 1\,000\,030$)
- . 6) Trois-millions-huit-cent-mille fois dix ($3\,800\,000 \times 10$)
- . 7) Quarante-millions divisé par dix ($40\,000\,000 : 10$)
- . 8) Six-millions divisé par dix ($6\,000\,000 : 10$)
- . 9) Sept-cent-millions divisé par dix ($700\,000\,000 : 10$)
- . 10) Dix fois quatre-vint-dix-millions ($10 \times 90\,000\,000$)

CM2 : proposer aussi des calculs qui dépassent le milliard.

- . 11) Dix fois quatre-cent-millions ($10 \times 400\,000\,000$)
- . 12) Sept-milliards divisé par dix ($7\,000\,000\,000 : 10$)
- . 13) Quatre-vingt-millions fois dix ($80\,000\,000\,000 \times 10$)
- . 14) Deux-cent-milliards divisé par dix ($200\,000\,000\,000 : 10$)

Commentaires pour l'enseignant.


- Choix de l'élève calculateur (élève qui a la calculatrice) : cet élève devra traduire le nombre donné en chiffres, savoir avec combien de zéros il s'écrit, et utiliser correctement la calculatrice pour le calcul, ce qui peut prendre du temps ! Pour la correction il devra lire correctement le nombre écrit sur la calculatrice. Il est donc conseillé d'éviter de choisir un élève en difficulté comme calculateur.
- Les types de calculs travaillés. Dans cette première séance les calculs proposés sont des multiplications et divisions par dix pour travailler les relations entre unités consécutives (base 10).
- L'utilisation du tableau de numération. Il est caché pendant la recherche des élèves et la vérification des résultats. Il est seulement montré au moment où les élèves expliquent leur procédure, pour illustrer le déplacement des chiffres dans la multiplication ou division par 10.
- Le choix des calculs. Pour les deux premiers calculs l'oral peut aider pour trouver la réponse (par exemple en s'appuyant sur le fait que dix fois cinquante est égal à cinq-cents) mais pour le troisième calcul le passage des centaines de mille aux millions est plus complexe.


Synthèse

Faire la synthèse des procédures et savoirs identifiés suite aux différents calculs. Pour cela demander aux élèves comment ils font pour être plus rapides pour :

- multiplier un nombre par dix. Faire émerger que chaque unité devient dix fois plus grande, par exemple les centaines de milliers deviennent des millions quand on multiplie par dix, ce qui revient à décaler les chiffres d'un rang vers la gauche.
- diviser un nombre par dix. Faire émerger que chaque unité devient dix fois plus petite, par exemple les millions deviennent des centaines de milliers, ce qui revient à décaler les chiffres d'un rang vers la droite. Illustrer avec deux exemples et le tableau de numération :

Classe des millions			Classe des milliers			Classe des unités simples		
C \bar{M}	D \bar{M}	\bar{M}	CM	DM	M	C	D	U
		2	2					
		8	8					

x 10 

 : 10 

- Expliquer le lien avec la « règle des zéros » que les élèves connaissent : si on calcule $200\ 000 \times 10$ (écrit en chiffres cette fois), on peut donc décaler le 2 d'un rang, ce qui revient à écrire un zéro à droite. ^[1]_[SEP]CM2 : ajouter les milliards, dizaines de milliards et centaines de milliards.

Situation 2 : multiplication par cent et mille

Phase 1 : série de calculs 10'

Les calculs.

- . 1) Mille fois trois-mille (1 000 x 3 000)
- . 2) Mille fois huit-mille (1 000 x 8 000)
- . 3) Douze-mille fois mille (12 000 x 1 000)
- . 4) Cinquante-mille fois cent (50 000 x 100)
- . 5) Deux-cent-cinquante-mille fois mille (200 000 x 100)
- . 6) Dix fois cinq-cent-mille (10 x 500 000)
- . 7) Huit-millions divisé par mille (8 000 000 : 1000)
- . 8) Vingt-cinq-millions divisé par mille (25 000 000 : 1 000)
- . 9) Quatre-millions divisé par cent (4 000 000 : 100)
- . 10) Soixante-millions divisé par cent (60 000 000 : 100)
- . 11) Neuf-cent-millions divisé par mille (900 000 000 : 1 000)
- . 12) Cent-millions divisé par dix (100 000 000 : 10)

CM2 : ajouter les milliards, dizaines de milliards et centaines de milliards.

Phase 2 : synthèse et institutionnalisation, 10'

- Faire la synthèse des procédures et savoirs identifiés suite aux différents calculs. Pour cela demander aux élèves comment ils font pour être plus rapides pour multiplier ou diviser un nombre par mille.

- Faire émerger que quand on multiplie par mille chaque unité devient mille fois plus grande, ce qui revient à passer à la classe supérieure, par exemple les milliers deviennent des millions. Quand on divise par mille chaque unité devient mille fois plus petite, ce qui revient à passer à la classe inférieure, par exemple les millions deviennent des milliers.

Illustrer avec deux exemples et le tableau de numération :

- deux-mille fois mille est égal à deux-millions (2 000 x 1 000 = 2 000 000)
- huit-millions divisé par mille est égal à huit-mille (8 000 000 : 1 000 = 8 000)

Classe des millions			Classe des milliers			Classe des unités simples		
C \bar{M}	D \bar{M}	M \bar{M}	CM	DM	M	C	D	U
					2			
x		2						
: 1000		8			8			

- Faire le lien avec la « règle des zéros » : si on calcule 2 000 x 1 000 (écrit en chiffres cette fois), on peut donc décaler le 2 de trois rangs vers la gauche, ce qui revient à écrire trois zéros à droite.

- Ensuite demander aux élèves comment ils font pour être plus rapides pour multiplier ou diviser un nombre par cent.

- Faire émerger que multiplier par cent c'est multiplier deux fois par dix donc décaler les chiffres de deux rangs vers la gauche. Diviser par cent c'est diviser deux fois par 10 donc décaler les chiffres de deux rangs vers la droite. Illustrer avec deux exemples et le tableau de numération :

- vingt-mille fois cent est égal à deux-millions (20 000 x 100 = 2 000 000)

- huit-millions divisé par cent est égal à quatre-vingt-mille (8 000 000 : 100 = 80 000)

Trace écrite

Multiplication et division par 10

Quand on multiplie un nombre par dix, **chaque unité devient dix fois plus grande**, par exemple les centaines de milliers deviennent des millions quand on multiplie par dix, ce qui revient à décaler les chiffres d'un rang vers la gauche.

Quand on divise un nombre par dix **chaque unité devient dix fois plus petite**, par exemple les millions deviennent des centaines de milliers, ce qui revient à décaler les chiffres d'un rang vers la droite.

Par exemple :

- Deux-cent-mille fois dix est égal à deux-millions ($200\ 000 \times 10 = 2\ 000\ 000$)
- Cinq millions divisé par dix est égal à cinq-cent-mille ($5\ 000\ 000 : 10 = 500\ 000$)

Classe des millions			Classe des milliers			Classe des unités simples		
C \bar{M}	D \bar{M}	\bar{M}	CM	DM	M	C	D	U
x 10			2					
		2						
: 10			8					
		8						

Lien avec la « règle des zéros » : si on calcule $200\ 000 \times 10$, on peut donc décaler le 2 d'un rang vers la gauche, ce qui revient à écrire un zéro à droite. Si on calcule $200\ 000 : 10$, on peut donc décaler le 2 d'un rang vers la droite, ce qui revient à supprimer le zéro à droite.

Trace écrite

Multiplication et division par 1000

Quand on multiplie par mille **chaque unité devient mille fois plus grande**, ce qui revient à passer à la classe supérieure, par exemple les milliers deviennent des millions. Quand on divise par mille **chaque unité devient mille fois plus petite**, ce qui revient à passer à la classe inférieure, par exemple les millions deviennent des milliers.

Exemples :

- deux-mille fois mille est égal à deux-millions ($2\ 000 \times 1\ 000 = 2\ 000\ 000$)
- huit-millions divisé par mille est égal à huit-mille ($8\ 000\ 000 : 1\ 000 = 8\ 000$)

Classe des millions			Classe des milliers			Classe des unités simples		
C \bar{M}	D \bar{M}	\bar{M}	CM	DM	M	C	D	U
					2			
x			2					
		2						
: 1000			8					
		8			8			

Lien avec la « règle des zéros » : si on calcule $2\ 000 \times 1\ 000$ (écrit en chiffres cette fois), on peut donc décaler le 2 de trois rangs vers la gauche, ce qui revient à écrire trois zéros à droite.

Multiplication et division par 100

Multiplier par cent c'est multiplier deux fois par dix donc décaler les chiffres de deux rangs vers la gauche. Diviser par cent c'est diviser deux fois par dix donc décaler les chiffres de deux rangs vers la droite.

Exemples :

- vingt-mille fois cent est égal à deux-millions ($20\ 000 \times 100 = 2\ 000\ 000$)
- huit-millions divisé par cent est égal à quatre-vingt-mille ($8\ 000\ 000 : 100 = 80\ 000$)

Classe des millions			Classe des milliers			Classe des unités simples		
C \bar{M}	D \bar{M}	\bar{M}	CM	DM	M	C	D	U
					2			
x 100			2					
		2						
: 100			8					
		8			8			

Lien avec la « règle des zéros » : si on calcule $20\ 000 \times 100$ (écrit en chiffres cette fois), on peut donc décaler le 2 de deux rangs vers la gauche, ce qui revient à écrire deux zéros à droite.