

Je cherche ND1 - CM1

Je passe de l'écriture en fractions décimales à l'écriture décimale

Source : « Construire les nouveaux nombres au cycle 3 », Hélène ZUCHETTA, Bernard ANSELMO, Canopé

Objectifs :

- Comprendre que l'écriture à virgule est une autre écriture de la fraction décimale
- Comprendre l'intérêt d'utiliser l'écriture décimale pour effectuer des opérations sur les nombres décimaux.
- Comprendre la signification de l'écriture décimale et la valeur des chiffres suivant leur position dans cette écriture.
- Passer de l'écriture décimale à l'écriture en fractions décimales et vice versa

Séance 1 : Addition de longueurs de bandes

Phase 1 :

Matériel :

- Bandes A4
- Droites graduées
- Une enveloppe

Déroulement :

Après la distribution du matériel, l'enseignant donne la première consigne en écrivant les deux nombres au tableau :

Consigne : « *En binôme, vous devez fabriquer deux bandes : une de longueur $1u + 3/10u$ et une autre longueur $85/100u$, en utilisant les droites graduées et en découpant très soigneusement. Vous rangerez dans l'enveloppe vos deux bandes, et les droites graduées.* »

Ce travail réalisé, l'enseignant donne la deuxième consigne :

Consigne 2 : « Vous rangez les bandes et les droites graduées dans l'enveloppe, on les sortira pour vérifier ensuite. Vous devez maintenant prévoir combien mesurerait une bande ayant la même longueur que vos deux bandes mises bout à bout. Sur une feuille de brouillon que je récupérerai, vous écrirez votre résultat en expliquant précisément comment vous avez fait pour trouver. »

Phase 2 : mise en commun

L'enseignant recense au tableau toutes les propositions et les met en débat. Il s'agit d'abord de reconnaître les résultats semblables, d'argumenter pour écarter les résultats faux et s'accorder sur un résultat commun (avec différentes écritures possibles)) qui pourra être ensuite validé par manipulation.

La synthèse permet de souligner la variété des méthodes et de pointer les difficultés à les mettre en œuvre. Il ne s'agit pas d'officialiser une méthode ni de faire une correction détaillée de chacune des propositions.

Après que les élèves ont vérifié la longueur totale des bandes de leur enveloppe, il est préférable de faire une validation en commun, car des bandes peu précises ont pu être fabriquées. On peut pour cela projeter la ligne graduée et inviter les élèves à lire la longueur des deux bandes mises bout à bout ($2u + 1/10 u + 5/100 u$)

Phase 3 :

L'enseignant donne la consigne suivante :

Consigne : « *Vous devez maintenant essayer de poser l'addition de $1u + \frac{3}{10}u$ et de $\frac{85}{100}$. Cela doit vous permettre de retrouver le résultat : $2u + \frac{1}{10}u + \frac{5}{100}u$. Vous travaillerez d'abord seuls puis vous vous mettez d'accord à plusieurs sur une disposition que vous écrirez sur votre feuille. Je la ramasserai ensuite. »*

En fin de séance, l'enseignant ramasse les feuilles pour les étudier et préparer un recueil de 4 à 5 productions d'élèves à étudier la séance suivante.

Séance 2 : Prolongement du tableau de numération

Phase 1 : Etude des productions

Matériel : recueil des productions d'élèves

Déroulement :

Après un rappel du travail de la séance précédente, l'enseignant distribue le recueil de productions et donne la consigne suivante.

Consigne : « *Par deux, étudiez les propositions de vos camarades : essayez de comprendre ce qu'ils ont écrit et pour chacune d'elle écrire ce qui va et ce qui ne va pas. »*

Phase 2 : Mise en commun

Elle permet d'écartier d'abord les productions reconnues comme fausses par l'ensemble de la classe. Les autres propositions sont explicitées et comparées jusqu'à ce que la difficulté d'utiliser l'écriture fractionnaire soit établie. L'enseignant montre ensuite une disposition d'addition sans écriture fractionnaire, choisie et possible parmi celles qu'il a pu recueillir dans la classe, ou si nécessaire en la présentant comme une disposition proposée par des élèves d'une autre école. Elle est soumise à la classe pour qu'elle en explique le fonctionnement. La synthèse fera ressortir que les calculs avec des écritures en fractions décimales ont du sens mais restent plus lourds et plus longs à écrire que lorsqu'ils sont disposés sans écriture fractionnaire dans le tableau de numération.

Phase 3 : prolongement

L'enseignant a découpé quelques bandes de longueurs $\frac{13}{10}u$; $\frac{85}{100}u$; $1u + \frac{3}{100}u$; $\frac{6}{10}u$

Il illustre les opérations suivantes par des manipulations sur ces bandes et propose aux élèves de les effectuer :

$\frac{85}{100}u + \frac{6}{10}u$; $(1u + \frac{3}{100}u) + \frac{85}{100}u + \frac{6}{10}u$; $\frac{13}{10}u - (1u + \frac{3}{100}u)$

Les élèves travaillent seuls. Après un temps d'échange entre pairs, les résultats sont validés collectivement.

Les élèves n'effectuent pas forcément ces opérations en utilisant le tableau de numération. Il est donc nécessaire de montrer à nouveau le lien entre leur méthode et celle utilisant ce tableau. A cette occasion ils sont nécessairement amenés à interroger le rôle du chiffre « 0 » qui apparaît dans l'expression de certains résultats.

Phase 4 : Institutionnalisation

On peut prolonger le tableau de numération des entiers aux fractions décimales. De même que les dizaines sont dix fois plus petites que les centaines, et que les unités sont dix fois plus petites que les dizaines, les dixièmes sont dix fois plus petits que les unités et les centièmes sont dix fois plus petits que les dixièmes.

| | C | D | U | DIX. | CENT. | |
|---|---|---|---|------|-------|--------------|
| | | | 1 | 3 | | $1u + 3/10u$ |
| + | | | | 8 | 5 | $85/100u$ |
| = | | | 2 | 1 | 5 | |

Ainsi les méthodes pour poser des additions et des soustractions restent les mêmes à condition de bien écrire les fractions décimales en les décomposant en somme de centaines, dizaines, unités, dixièmes et centièmes, sans dépasser 9 dans chaque rang.

Parmi les fractions, seules les fractions décimales peuvent être écrites dans un tableau de numération. Pour cette raison, les fractions décimales sont aussi appelées « nombres décimaux ».

Séance 3 : Ecriture décimale

Phase 1 :

L'enseignant expose à nouveau le tableau de numération dans lequel il propose de poser l'addition $(23u + 8/10u) + 507/100u$. Il fait rappeler la signification des écritures et la technique de calcul. Puis il demande à la classe s'il est maintenant possible, comme on le fait habituellement pour les additions avec les nombres entiers, de poser cette addition sans écrire le tableau de numération et de faire des suggestions d'écriture.

Après un temps de réflexion individuelle, les propositions sont recueillies et mises en débat jusqu'à ce que quelqu'un propose d'utiliser l'écriture à virgule et que tous s'accordent sur son intérêt.

Phase 2 : applications

L'enseignant propose aux élèves d'effectuer les opérations suivantes :

$34,5u + 6,57u$; $2,63u + 58/10u$; $(3/100 + 12u) + 14,08u$; $19,07u - 458/100u$

Les élèves travaillent seuls en se servant ou non du tableau de numération. Après un temps d'échange entre pairs, les résultats sont validés collectivement. La synthèse permet de souligner l'intérêt qu'il y a à coder les écritures données à l'aide de fractions décimales en écritures à virgule.

Phase 3 : institutionnalisation

On peut coder un nombre décimal :

- soit sous la forme d'une écriture avec des fractions décimales (ou une somme de fractions décimales)
- soit sous la forme d'une écriture « à virgule » appelée écriture décimale.

Ainsi $263/100 = 2,63$

Dans cette écriture à virgule, la valeur des chiffres peut être lue dans le tableau de numération. Les chiffres écrits après la virgule représentent des fractions décimales plus petites que l'unité.

$2,63u = 2u + 63/100u = 2u + 6/10u + 3/100u$